



厦门大学《数学测试》试卷

姓名 _____

一、选择题 (24 分)

1. 已知 $A = \{x | (2x+1)(x-3) < 0\}$, $B = \{x | x \leq 5, x \in \mathbb{N}^*\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
2. 已知 α 是第二象限的角, 则 $\frac{\alpha}{2}$ 为 ()
- A. 第一或第二象限的角 B. 第一或第三象限的角
C. 第一或第四象限的角 D. 第二或第三象限的角
3. 已知直线 $l_1: 3x + 2y - 3 = 0$ 和 $l_2: 6x + my + 1 = 0$ 平行, 则它们间的距离为 ()
- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ C. $\frac{5\sqrt{13}}{26}$ D. $\frac{7\sqrt{13}}{26}$
4. 已知 $a = \log_{\frac{1}{2}} 3$, $b = (\frac{1}{3})^2$, $c = 2^{\frac{1}{3}}$. 则 ()
- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $a < c < b$
5. 甲、乙两人各写一张贺卡, 随意送给丙、丁两人中的一人, 则甲、乙将贺卡送给同一个人的概率是 ()
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$
6. 将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 所得图象的函数解析式是 ()
- A. $y = \sin(2x - \frac{\pi}{4})$ B. $y = \sin(2x + \frac{\pi}{4})$ C. $y = \cos 2x$ D. $y = -\cos 2x$

二、填空题 (20 分)

7. 函数 $f(x) = \begin{cases} 4x + \sin 2x, & x \leq 2\pi \\ x^2, & x \geq 2\pi \end{cases}$, 则 $f[f(\frac{3\pi}{4})] =$ _____。
8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项之和 $S_n = n^2 + n$, 则 $a_n =$ _____

9. 已知 $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$, 则 $\cos \alpha =$ _____。

10. 函数 $f(x) = x^2 + mx$ 满足 $f(2-x) = f(x)$, 则 $f(x)$ 的解析式为_____

三、解答题 (56 分)

11. (14 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_{n+1} = 2a_n + 2$ 。

(1) 求证: 数列 $\{a_n + 2\}$ 是等比数列;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足: $b_1 = 1, b_2 = 4, b_{n+1} - b_n = a_n$, 求 b_n 。

12. (14分) $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c 。

(1) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $c = 2, A = 60^\circ$, 求 b ;

(2) 若 $a = c \cos B, b = c \sin A$, 判定 $\triangle ABC$ 的形状。

13. (14分) 已知点 $M(5,0)$ 和圆 $O: x^2 + y^2 = 16$ 。自 M 作圆 O 的切线, 求此切线的长和切线的方程。

14. (14分) 已知定义域为 $\{x|-2 \leq x \leq 2\}$ 的偶函数 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上单调递减。若当 $a < 0$ 时, $f(2a-1) < f(a)$ 。求实数 a 的取值范围。