



# 厦门大学《数学测试》试卷

姓名 \_\_\_\_\_

## 一、选择题 (24 分)

1. 已知  $A = \{x | (2x+1)(x-3) < 0\}$ ,  $B = \{x | x \leq 5, x \in \mathbb{N}^*\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )
- A.  $\{1, 2, 3\}$       B.  $\{1, 2\}$       C.  $\{0, 1, 2\}$       D.  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
2. 已知  $\alpha$  是第二象限的角, 则  $\frac{\alpha}{2}$  为 ( )
- A. 第一或第二象限的角      B. 第一或第三象限的角  
C. 第一或第四象限的角      D. 第二或第三象限的角
3. 已知直线  $l_1: 3x + 2y - 3 = 0$  和  $l_2: 6x + my + 1 = 0$  平行, 则它们间的距离为 ( )
- A.  $\sqrt{3}$       B.  $\frac{2\sqrt{13}}{13}$       C.  $\frac{5\sqrt{13}}{26}$       D.  $\frac{7\sqrt{13}}{26}$
4. 已知  $a = \log_{\frac{1}{2}} 3$ ,  $b = (\frac{1}{3})^2$ ,  $c = 2^{\frac{1}{3}}$ . 则 ( )
- A.  $a < b < c$       B.  $c < b < a$       C.  $c < a < b$       D.  $a < c < b$
5. 甲、乙两人各写一张贺卡, 随意送给丙、丁两人中的一人, 则甲、乙将贺卡送给同一个人的概率是 ( )
- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{1}{4}$       D.  $\frac{1}{5}$
6. 将函数  $y = \sin 2x$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位, 所得图象的函数解析式是 ( )
- A.  $y = \sin(2x - \frac{\pi}{4})$       B.  $y = \sin(2x + \frac{\pi}{4})$       C.  $y = \cos 2x$       D.  $y = -\cos 2x$

## 二、填空题 (20 分)

7. 函数  $f(x) = \begin{cases} 4x + \sin 2x, & x \leq 2\pi \\ x^2, & x \geq 2\pi \end{cases}$ , 则  $f[f(\frac{3\pi}{4})] =$  \_\_\_\_\_。
8. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项之和  $S_n = n^2 + n$ , 则  $a_n =$  \_\_\_\_\_

9. 已知  $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ,  $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ , 则  $\cos \alpha =$  \_\_\_\_\_。

10. 函数  $f(x) = x^2 + mx$  满足  $f(2-x) = f(x)$ , 则  $f(x)$  的解析式为\_\_\_\_\_

三、解答题 (56 分)

11. (14 分) 已知数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_{n+1} = 2a_n + 2$ 。

(1) 求证: 数列  $\{a_n + 2\}$  是等比数列;

(2) 若数列  $\{b_n\}$  满足:  $b_1 = 1, b_2 = 4, b_{n+1} - b_n = a_n$ , 求  $b_n$ 。

12. (14分)  $\triangle ABC$  的三个内角  $A, B, C$  所对的边分别是  $a, b, c$ 。

(1) 若  $\triangle ABC$  的面积  $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $c = 2, A = 60^\circ$ , 求  $b$ ;

(2) 若  $a = c \cos B, b = c \sin A$ , 判定  $\triangle ABC$  的形状。

13. (14分) 已知点  $M(5,0)$  和圆  $O: x^2 + y^2 = 16$ 。自  $M$  作圆  $O$  的切线, 求此切线的长和切线的方程。

14. (14分) 已知定义域为 $\{x|-2 \leq x \leq 2\}$ 的偶函数 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上单调递减。若当 $a < 0$ 时,  $f(2a-1) < f(a)$ 。求实数 $a$ 的取值范围。