



①  $\log_a(a+1) > \log_a\left(\frac{1}{a}+1\right)$ ; ②  $\log_{\frac{1}{a}}(a+1) < \log_{\frac{1}{a}}\left(\frac{1}{a}+1\right)$ ; ③  $a^{(a+1)} < a^{\left(\frac{1}{a}+1\right)}$ ;

④  $(a+1)^a < \left(\frac{1}{a}+1\right)^a$ , 其中成立的是\_\_\_\_\_。

9. 圆  $C: x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$  上的动点  $M$  到直线  $x + y = 0$  的最小距离等于\_\_\_\_\_。

10. 已知函数  $f(x) = \cos(2x + \varphi)$  的图象关于点  $\left(\frac{4\pi}{3}, 0\right)$  对称, 则  $\varphi$  的最小正值是\_\_\_\_\_。

### 三、解答题 (56 分)

11. (16 分) 已知圆  $C: x^2 + y^2 + ax + by + 3 = 0$  关于直线  $x + y - 1 = 0$  对称, 圆心  $C$  在第二象限, 半径是  $\sqrt{2}$ 。

(1) 求圆  $C$  的方程;

(2) 已知不过原点的直线  $l$  与圆  $C$  相切, 且在  $x$  轴、 $y$  轴上的截距相等, 求直线  $l$  的方程。

12. (10分) 已知  $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{5}{2}$ ,  $\alpha \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ 。求  $\cos 2\alpha$  和  $\sin(2\alpha + \frac{\pi}{4})$ 。

13. (14分) 已知函数  $y = \log_3 \frac{mx^2 + 8x + n}{x^2 + 1}$  的定义域为  $R$ , 值域为  $[0, 2]$ 。

求  $m, n$  值。

14. (16分) 已知函数  $f(x) = \left(\frac{1}{a^x - 1} + \frac{1}{2}\right)x^3$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ )。

(1). 讨论函数  $y = f(x)$  的奇偶性;

(2). 求  $a$  的取值范围, 使  $f(x) > 0$  在定义域上恒成立。