



# 厦门大学《数学测试》试卷

姓名 \_\_\_\_\_

## 一、选择题 (24分)

1. 已知  $A = \{0, 2, a\}$ ,  $B = \{1, a^2\}$ , 若  $A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 16\}$ , 则  $a =$  ( )  
A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 4
2. 已知  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ , 则  $\tan \alpha =$  ( )  
A.  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$                   B. -2                      C.  $\pm \frac{\sqrt{5}}{5}$                   D.  $\pm 2$
3. 若点  $A(3, a)$  到直线  $l: x + \sqrt{3}y - 4 = 0$  的距离为 1, 则  $a =$  ( )  
A. 4                      B.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$                   C.  $-\sqrt{3}$  或  $\frac{\sqrt{3}}{3}$               D.  $\sqrt{3}$  或  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
4. 定义域为  $R$  的函数  $y = f(x)$  图象关于直线  $l: x = 1$  对称, 且当  $x \geq 1$  时,  $f(x) = 3^x$ , 则 ( )  
A.  $f(\frac{1}{3}) < f(\frac{3}{2}) < f(\frac{2}{3})$                                       B.  $f(\frac{2}{3}) < f(\frac{3}{2}) < f(\frac{1}{3})$   
C.  $f(\frac{2}{3}) < f(\frac{1}{3}) < f(\frac{3}{2})$                                       D.  $f(\frac{3}{2}) < f(\frac{2}{3}) < f(\frac{1}{3})$
5. 在区间  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  上随机取一个数  $x$ , 使  $\cos x$  的值介于 0 到  $\frac{1}{2}$  之间的概率是 ( )  
A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{2}{\pi}$
6. 要得到函数  $y = \sin x$  的图象, 只需将函数  $y = \cos(x - \frac{\pi}{3})$  的图象 ( )  
A. 向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位                                      B. 向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位  
C. 向右平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位                                      D. 向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位

二、填空题（20分）

7. 函数  $f(x) = \begin{cases} -2x+1, & x < -1, \\ -3, & -1 \leq x \leq 2, \\ 2x-1, & x > 2 \end{cases}$ , 则  $f\{f[f(\frac{3}{5})+5]\} =$ \_\_\_\_\_。

8. 已知等比数列  $\{a_n\}$  的公比  $q=2$ , 前  $n$  项之和为  $S_n$ , 则  $\frac{S_3}{a_2} =$ \_\_\_\_\_。

9. 已知  $\alpha$  是第二象限的角, 则  $\frac{\alpha}{3}$  为第\_\_\_\_\_象限的角。

10. 已知函数  $f(x) = 2x^2 + mx + 3$ , 当  $x \in [-2, +\infty)$  时, 函数  $y = f(x)$  是增函数, 当  $x \in (-\infty, -2]$  时, 函数  $y = f(x)$  是减函数, 则  $f(1) =$ \_\_\_\_\_。

三、解答题（56分）

11. （14分） $\triangle ABC$  的三个内角  $A, B, C$  所对的边分别是  $a, b, c$ 。已知

$$B = 45^\circ, b = \sqrt{10}, \cos C = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

(1) 求  $c$ ; (2). 记  $AB$  的中点是  $D$ , 求  $CD$  的长。

12. (14分) 已知圆  $C: x^2 + y^2 + Dx + Ey + 3 = 0$  关于直线  $l: x + y - 1 = 0$  对称, 圆心在第二象限, 半径为  $\sqrt{2}$ , 求圆  $C$  的方程。

13. (14分) 已知数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_1 = 1$ , 且  $a_1, a_2, \dots, a_{10}$  是公差为1的等差数列;  $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{20}$  是公差为  $d$  的等差数列;  $a_{21}, a_{22}, \dots, a_{30}$  是公差为  $d^2$  的等差数列。  
(1) 若  $a_{20} = 40$ , 求  $d$ ; (2) 求  $a_{30}$  关于  $d$  的关系式, 并求  $a_{30}$  的取值范围。

14. (14分) 已知定义域为  $R$  的函数  $f(x) = \frac{-2^x + a}{2^{x+1} + 2}$  是奇函数。

(1). 求  $a$  的值;

(2). 若对任意  $t \in R$ , 不等式  $f(t^2 - 2t) < f(k - 2t^2)$  恒成立, 求实数  $k$  的取值范围。