2018 年 7 月 7 日数学试卷

满分：100 分　考试时间：90 分钟

一、选择题（每小题 5 分，共 8 小题，共 40 分；每小题只有一个选项符合）

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|x<2\}$，$B=\{x|\lg(x-1)>0\}$，则 $A\cap(\complement_U B)=$（　　）

A. $\{x|1<x<2\}$　　B. $\{x|1\le x<2\}$

C. $\{x|x<2\}$　　D. $\{x|x\le 1\}$

2. 已知复数 : $z=\frac{2+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$（i 为虚数单位），那么 z 的共扼复数为（　　）

A. $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\mathrm{i}$　　B. $\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\mathrm{i}$　　C. $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\mathrm{i}$　　D. $\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\mathrm{i}$

3. 已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=4$，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=2$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角的大小为（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

4. 为了得到函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象，只需把函数 $y=\sin 2x$ 的图象上所有的点（　　）

A. 向左平行移动$\frac{\pi}{6}$个单位长度　　B. 向右平行移动 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

C. 向左平行移动$\frac{\pi}{3}$ 个单位长度　　D. 向右平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

5. 过点 (1,1) 的直线与圆 $(x-2)^2+(y-3)^2=9$ 相交于 A，B 两点，则 $|AB|$ 的最小值为（　　）

A. $2\sqrt{3}$　　B. 4　　C. $2\sqrt{5}$　　D. 5

6. 从分别写有 1，2，3，4，5 的 5 张卡片中随机抽取 1 张，放回后再随机抽取 1 张，则抽得的第一张卡片上的数大于第二张卡片上的数的概率为（　　）

A. $\frac{1}{10}$　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{3}{10}$　　D. $\frac{2}{5}$

7. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2=1$，则其前 3 项的和 S_3 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,-1]$　　B. $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$

C. $[3,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$

8. 已知函数 $f(x)=-x^3+ax^2-x-1$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是单调函数，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $\left(-\infty,-\sqrt{3}\right]\cup\left[\sqrt{3},+\infty\right)$　　B. $\left[-\sqrt{3},\sqrt{3}\right]$

C. $\left(-\infty,-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3},+\infty\right)$　　D. $\left(-\sqrt{3},\sqrt{3}\right)$

二、填空题（每小题 4 分，共 4 小题，共 16 分）

9. 曲线 $y=4x-x^3$ 在点 $(-1,-3)$ 处的切线方程是 _____.

10. 设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\le 1,\\ y\le x,\\ y\ge 0,\end{cases}$ 则 $z=2x+y$ 的最大值是 _____.

11. 若 $\cos(\alpha+\pi)=\dfrac{4}{5}$，则 $\sin(\alpha+\dfrac{3\pi}{2})=$ _____.

12. 设椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右焦点为 F_1,F_2，过 F_2 作 x 轴的垂线与 C 交于 A，B 两点，F_1B 与 y 轴交于点 D，若 $AD\perp F_1B$，则椭圆 C 的离心率等于 _____.

三、解答题（共 4 小题；共 44 分）

13. （10 分）在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $2\cos(B-C)+1=4\cos B\cos C$.

（1）求 A；

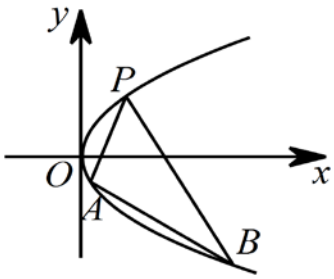
（2）若 $a=2\sqrt{7}$，$\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$，求 $b+c$.

14. （10 分）设 $\{a_n\}$ 是公比大于 1 的等比数列，S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．已知 $S_3=7$，且 a_1+3，$3a_2$，a_3+4 构成等差数列.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项；

（2）令 $b_n=\log_2 a_{3n+1}$，$n=1,2,\cdots$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

15. （12 分）如图，抛物线关于 x 轴对称，它的顶点在坐标原点，点 $P(1,2)$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 均在抛物线上.



（1）写出该抛物线的方程及其准线方程.

（2）当 PA 与 PB 的斜率存在且倾斜角互补时，求 y_1+y_2 的值及直线 AB 的斜率.

16. （12 分）已知函数 $f(x)=\ln x+bx-c$，$f(x)$ 在点 $\left(1,f(1)\right)$ 处的切线方程为 $x+y+4=0$.

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）求 $f(x)$ 的单调区间；

（3）若在区间 $\left[\frac{1}{2},3\right]$ 内，恒有 $f(x)\geq 2\ln x+kx$ 成立，求 k 的取值范围.