高中数学127个快速解题公式

第1章　集合

1、有限集合子集个数： 子集个数：2^n个，真子集个数：2^{n-1}个；

2、集合里面重要结论：

①$A\cap B=A\Rightarrow A\subseteq B$；②$A\cup B=A\Rightarrow B\subseteq A$；③$A\Rightarrow B\Leftrightarrow A\subseteq B$　④$A\Leftrightarrow B\Leftrightarrow A=B$

3、同时满足求交集，分类讨论求并集

4、集合元素个数公式： $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

第2章　函数

5、几个近似值： $\sqrt{2}\approx 1.414,\sqrt{3}\approx 1.732,\sqrt{5}\approx 2.236,\pi\approx 3.142,e\approx 2.718$

6、分数指数幂公式： $a^{\frac{n}{m}}=\sqrt[m]{a^n}$

7、对数换底公式： $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$；$\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$

8、单调性的快速法： ①. 增＋增→增；增—减→增；②. 减＋减→减；减—增→减；

③. 乘正加常，单调不变；　④. 乘负取倒，单调不变；

9、奇偶性的快速法： ①. 奇$\pm$奇→奇；偶$\pm$偶→偶；

②. 奇$\times(\div)$奇→偶；偶$\times(\div)$偶→偶；奇$\times(\div)$偶→奇；

10、函数的切线方程： $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$

11、函数有零点$\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)_{\min}\le 0\\ f(x)_{\max}\ge 0\end{cases}$

12、函数无零点$\Leftrightarrow f(x)_{\max}\le 0$　或　$f(x)_{\min}\ge 0$

13、函数周期性： $f(a+x)=f(b+x)$的周期$T=|b-a|$；

14、函数对称性： $f(a+x)=f(b-x)$的对称轴$x=\dfrac{a+b}{2}$；

15、抽象函数对数型： 若$f(xy)=f(x)+f(y)$，则$f(x)=\log_a x$；

16、抽象函数指数型： 若$f(x+y)=f(x)f(y)$，则$f(x)=a^x$；

17、抽象函数正比型： 若$f(x+y)=f(x)+f(y)$，则$f(x)=kx$；

18、**抽象函数一次型：** 若 $f'(x)=c$ ，则 $f(x)=cx+b$;

19、**抽象函数导数型：** 若 $f'(x)=f(x)$ ，则 $f(x)=ke^{x}$ 或 $f(x)=0$;

20、**两个重要不等式：** $\begin{cases} e^{x}\geq x+1 \\ \ln x\leq x-1 \end{cases} \Rightarrow \ln(x+1)\leq x\leq e^{x}-1$(当且仅当$x=0$时“=”成立)

21、**洛必达法则：** $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$（当 $\dfrac{f(x)}{g(x)}\to\dfrac{0}{0}$ 或 $\dfrac{\infty}{\infty}$ 时使用）

22、**恒成立问题：** $(1)a\geq f(x)\Leftrightarrow a\geq f(x)_{\max}$

$(2)a<f(x)\Leftrightarrow a<f(x)_{\min}$

23、**证明 $f(x)>g(x)$ 思路：** 思路 1：$(1)h(x)=f(x)-g(x)\Leftrightarrow h(x)>0$（常规首选方法）

思路 2：$f(x)_{\min}>g(x)_{\max}$（思路 1 无法完成）

第 3 章　数列

24、**等差数列通项公式：** $a_n=a_1+(n-1)d$

25、**等差数列通项公式：** $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d$

26、**等比数列通项公式：** $a_n=a_1q^{n-1}$

27、**等比数列通项公式：** $S_n=\dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{a_1+a_nq}{1-q}$

28、**等差数列的性质：** 若 $m+n=p+q$ ，则 $a_m+a_n=a_p+a_q$

29、**等比数列的性质：** 若 $m+n=p+q$ ，则 $a_ma_n=a_pa_q$

30、**等差中项：** 若 a,A,b 成等差数列，则 $2A=a+b$

31、**等比中项：** 若 a,G,b 成等比数列，则 $G^2=ab$

32、**裂项相消法 1：** 若 $\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$ ，则有 $T_n=1-\dfrac{1}{n+1}=\dfrac{n}{n+1}$

33、**裂项相消法 2：** 若 $\dfrac{1}{n(n+2)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}\right)$，则有 $T_n=\dfrac{1}{2}(1+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2})$

34、**裂项相消法 3：** 若 $\dfrac{1}{a_{n+1}a_n}=\dfrac{1}{d}\left(\dfrac{1}{a_n}-\dfrac{1}{a_{n+1}}\right)$，则有 $T_n=\dfrac{1}{d}(\dfrac{1}{a_1}-\dfrac{1}{a_{n+1}})$

35、裂项相消法 4： 若 $\frac{1}{(2n+1)(2n-1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$，则有 $T_n=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2n+1})$

36、错位相减法求和通式： $T_n=\frac{a_1b_1}{1-q}+\frac{dq(b_1-b_n)}{(1-q)^2}-\frac{a_nb_nq}{1-q}$

第 4 章　三角函数

37、三角函数的定义： 正弦：$\sin\alpha=\frac{y}{r}$；余弦：$\cos\alpha=\frac{x}{r}$；正切：$\tan\alpha=\frac{y}{x}$；其中：

$r=\sqrt{x^2+y^2}$

38、诱导公式： π 倍加减名不变，符号只需看象限；半 π 加减名要变，符号还是看象限。

39、和差公式： ①$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$（伞科科伞，符号不反）

②$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$（科科伞伞，符号相反）

③$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$（上同下相反）

40、二倍角公式： ①$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

②$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

③$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

41、降幂公式： ①. $\sin\alpha\cos\alpha=\frac{\sin 2\alpha}{2}$　②. $\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$ ③. $\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}$

42、辅助角公式: $a\sin wx+b\cos wx=\sqrt{a^2+b^2}\sin(wx+\varphi).(\tan\varphi=\frac{b}{a},a>0)$

43、正弦定理： $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$

44、余弦定理： ①$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\Leftrightarrow a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

②$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}\Leftrightarrow b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$

③$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\Leftrightarrow c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

45、三角形最值原理：三角形中一个角及其对边已知时、另外两边或两角相等时周长取得最小值，面积取得最大值；

第 5 章　向量

46、向量加法的作图：上终下起，中间消去；$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

47、向量减法的作图：起点相同，倒回来读；$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$

48、向量平行的判定：(1) 向量法：$\vec{a}//\vec{b}\Leftrightarrow\vec{b}=\lambda\vec{a}$；(2) 向量法：$\vec{a}//\vec{b}\Leftrightarrow x_1y_2-x_2y_1=0$

49、向量垂直的判定：(1) 向量法：$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\bullet\vec{b}=0$；(2) 向量法：$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$

50、向量的数量积公式：(1) 向量法：$\vec{a}\bullet\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$；(2) 向量法：$\vec{a}\bullet\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2$

51、向量的夹角公式：(1) 向量法：$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\bullet\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$；(2) 向量法：$\cos\theta=\dfrac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$

52、$\vec{a}$方向上的单位向量：(1) 向量法：$\vec{e}=\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$；(2) 向量法：$\vec{e}=\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\left(\dfrac{x_1}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}},\dfrac{y_1}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}}\right)$

53、证明 *A*、*B*、*C* 三点共线两种方法：(1) 两个向量$\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$共线且有一个公共点 A；

(2) $\overrightarrow{PA}=x\overrightarrow{PB}+y\overrightarrow{PC}(x+y=1)$

第 6 章　立体几何

54、线线角向量法公式：$\cos\theta=\dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{b}|}{|\vec{a}||\vec{b}|}$

55、线面角：(1) 向量法公式：$\sin\theta=\dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{m}|}{|\vec{a}||\vec{m}|}$；(2) 几何法公式：$\sin\theta=\dfrac{h_x}{a}$

56、二面角：(1) 向量法公式：$\cos\theta=\pm\dfrac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}||\vec{n}|}$；(2) 几何法公式：$\cos\theta=\dfrac{S_{\text{射影}}}{S_{\text{原图}}}$

57、点面距：(1)向量法公式：$h_x=\frac{|\vec{m}\cdot\overrightarrow{AB}|}{|\vec{m}|}$；(2)几何法公式：$h_x=\frac{S_1h_1}{S_2}$

58、多面体的内切球半径：$r=\frac{3V}{S_1+S_2+\cdots+S_n}$

59、长方体的外接球半径：$2R=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

60、直棱锥的外接球半径：$\begin{cases}R^2=r^2+(\frac{h}{2})^2\\2r=\frac{a}{\sin A}\end{cases}$

61、正棱锥的外接球半径：$\begin{cases}R^2=r^2+(h-R)^2\\2r=\frac{a}{\sin A}\end{cases}$

62、正三角形的性质：高：$h=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，面积：$S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

63、正三角形与圆：内切圆半径：$r=\frac{\sqrt{3}}{6}a$，外接圆半径：$R=\frac{\sqrt{3}}{3}a$，且$\frac{R}{r}=\frac{2}{1}$

64、正四面体的高：斜高：$h_{斜}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，正高：$h_{正}=\frac{\sqrt{6}}{3}a$

65、正四面体与球：内切球半径r，外接球半径R，且$\frac{R}{r}=\frac{3}{1}$且$r+R=h_{正}$

第7章　解析几何

66、圆的定义:若 $PA\perp PB$，则 P 的轨迹为以 AB 为直径的圆

67、椭圆的定义:若 $PF_1+PF_2=2a(2a>|F_1F_2|)$，则 P 的轨迹为以 F_1F_2 为焦点，$2a$ 为长轴的椭圆

68、双曲线的定义: 若 $|PF_1|-|PF_2|=2a(2a<|F_1F_2|)$，则 P 的轨迹为以 F_1F_2 为焦点，$2a$ 为实轴的双曲线

70、抛物线的定义： 到定点 $F(\frac{p}{2},0)$ 和到定直线：$x=-\frac{p}{2}$ 的距离相等的点 P 的轨迹为为双曲线

71、直线的纵斜截式方程： $y=kx+b$；直线过 y 轴上点为 $B(0,b)$ 且不竖直于 x 轴

72、直线的横斜截式方程： $x=my+a$；直线过 x 轴上点为 $A(a,0)$ 且不平行于 x 轴

73、直线平行： $l_1 // l_2 \Leftrightarrow k_1=k_2(b_1\neq b_2)$；或 $A_1B_2-A_2B_1=0$

74、直线垂直： $l_1\perp l_2 \Leftrightarrow k_1k_2=-1$；或 $A_1A_2+B_1B_2=0$

75、点点距公式： $|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

76、点线距公式： $d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

77、线线距公式： $d=\frac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

78、点差法的斜率公式： $k_{椭}=-\frac{b^2x_0}{a^2y_0}$，　$k_{双}=\frac{b^2x_0}{a^2y_0}$，　$k_{抛}=\frac{p}{y_0}$

79、通用弦长公式： $l=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$，$l=\sqrt{(1+\frac{1}{k^2})[(y_1+y_2)^2-4y_1y_2]}$

80、圆的弦长公式： $l=2\sqrt{r^2-d^2}$

81、焦半径公式（带坐标）：

(1) 椭圆中：$|MF|=a\pm ex_0$，；(2) 双曲线：$|MF|=ex_0\pm a$，(3) 抛物线：$|MF|=x_0+\frac{p}{2}$

82、焦半径公式（倾斜角）：

(1) 椭圆中：$\frac{b^2}{a(1\pm e\cos\alpha)}$；(2) 双曲线：$\frac{b^2}{a(1\pm e\cos\alpha)}$；(3) 抛物线：$\frac{p}{1\pm\cos\alpha}$

83、焦点弦公式（倾斜角）：

(1) 椭圆中：$\frac{2b^2}{a(1-e^2\cos^2\alpha)}$；(2) 双曲线：$\frac{2b^2}{a(1-e^2\cos^2\alpha)}$；(3) 抛物线：$\frac{2p}{\sin^2\alpha}$

80、**抛物线的焦点弦长：** $l=x_1+x_2+p=\frac{2k^2+2}{k^2}p=\frac{2p}{\sin\alpha}$

81、**椭圆的焦点三角形面积：** $S_{\triangle F_1PF_2}=b^2\tan\frac{\theta}{2}$

82、**双曲线焦点三角形面积：** $S_{\triangle F_1PF_2}=b^2\cot\frac{\theta}{2}$

83、**双曲线的焦渐距为：** b（虚半轴）

84、**椭圆的离心率公式：** $e=\frac{c}{a}=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$

85、**双曲线的离心率公式：** $e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+k_{渐}{}^2}$

86、**圆锥曲线的离心率公式：** $|e\cos\alpha|=\frac{|\lambda-1|}{|\lambda+1|}$

87、**椭圆、双曲线通径公式：** $|PQ|=\frac{2b^2}{a}$

88、**抛物线的通径公式：** $|PQ|=2p$

89、**抛物线焦点弦圆：** 以抛物线焦点弦为直径的圆必与准线相切；

90、**抛物线焦点弦性质：** $\frac{1}{|AF|}+\frac{1}{|BF|}=\frac{2}{p}$,

91、**抛物线焦点直线的韦达定理：** $x_1x_2=\frac{p^2}{4}$, $x_1+x_2=\frac{k^2+2}{k^2}p$, $y_1y_2=-p^2$, $y_1+y_2=\frac{2p}{k}$

92、**解析几何中的向量问题：** $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2$, $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(x_1+x_2,y_1+y_2)$

93、**向量与夹角问题：** (1) $\angle AOB$ 钝角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}<0$；

(2) $\angle AOB$ 锐角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}>0$；

(3) $\angle AOB$ 直角（$OA\perp OB$）$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$

94、**向量与圆的问题：** P 与以 AB 为直径的圆的位置关系：

(1) P 在圆内：$\angle APB$ 钝角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}<0$；

(2) P 在圆上：$\angle APB$ 直角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$；

(3) P 在圆外：$\angle APB$ 锐角 $\Leftrightarrow \overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}>0$；

95、**坐标轴平分角问题：** $k_1=-k_2 \Leftrightarrow k_1+k_2=0$

第8章 概率统计

96、频方图的频率 =小矩形面积： $f_i=S_i=y_i\times d=\dfrac{n_i}{N}$；频率=频数/总数

97、频方图的频率之和： $f_1+f_2+\cdots+f_n=1$；同时 $S_1+S_2+\cdots+S_n=1$；

98、频方图的众数： 最高小矩形底边的中点。

99、频方图的平均数： $\overline{x}=x_{中1}f_1+x_{中2}f_2+x_{中3}f_3+\cdots+x_{中n}f_n$

$\overline{x}=x_{中1}S_1+x_{中2}S_2+x_{中3}S_3+\cdots+x_{中n}S_n$

100、频方图的中位数： 从左到右或者从右到左累加，面积等于0.5时x的值。

101、频方图的方差： $s^2=(x_{中1}-\overline{x})^2f_1+(x_{中2}-\overline{x})^2f_2+\cdots+(x_{中n}-\overline{x})^2f_n$

102、古典概型公式： $P(A)=\dfrac{n_A}{n_\Omega}$

103、几何概型公式： $P(A)=\dfrac{l_A}{l_\Omega}=\dfrac{S_A}{S_\Omega}=\dfrac{V_A}{V_\Omega}$

104、常见的排列问题： 任职问题、数字问题、排队照相问题、逐个抽取问题

105、排列公式： $A_n^m=n(n-1)\cdots(n-m+1)$

106、常见的组合问题： 产品抽查问题、一次性抽取问题

107、组合公式： $C_n^m=\dfrac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m(m-1)\cdots3\times2\times1}$

108、均值公式： $E(X)=x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n$

109、方差公式： $D(X)=[x_1-E(x)]^2p_1+[x_2-E(x)]^2p_2+\cdots+[x_n-E(x)]^2p_n$

110、互斥事件概率公式： $P(A+B)=P(A)+P(B)$

111、对立事件概率公式： $P(\overline{A})=1-P(A)$

112、独立事件概率公式： $P(AB)=P(A)P(B)$

113、独立事件至少有一个发生概率公式： $P(A+B)=1-P(\overline{A}\overline{B})$

114、超几何分布的概率公式： $P(x=k)=\dfrac{C_M^kC_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$

115、二项分布的概率公式： $P(x=k)=C_n^kp^k(1-p)^{n-k}$

116、二项分布的均值：$E(X)=np$；方差：$D(X)=np(1-p)$。

第9章　极参方程

117、极坐标方程与直角方程互换：$\begin{cases}\rho=\sqrt{x^2+y^2},\tan\theta=\dfrac{y}{x}\\ \rho\cos\theta=x,\rho\sin\theta=y\end{cases}$

118、过原点且倾斜角α的直线极坐标方程：$\theta=\alpha(\rho\in R)$

119、过原点且倾斜角α的射线极坐标方程：$\theta=\alpha$ 或 $\theta=\alpha(\rho\geq 0)$

120、极坐标方程为$\theta=\alpha(\rho\in R)$的直线上两点的距离公式：

$|AB|=|\rho_1-\rho_2|=\sqrt{(\rho_1+\rho_2)^2-4\rho_1\rho_2}$

121、圆的参数方程：$\begin{cases}x=a+r\cos\theta\\ y=b+r\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数）；

122、直线的参数方程：$\begin{cases}x=a+t\cos\alpha\\ y=b+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$为参数）

123、椭圆的参数方程：$\begin{cases}x=a\cos\theta\\ y=b\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数）

124、直线参数t的意义 1：$|PA|=|t_1|,|PB|=|t_2|$

125、直线参数t的意义 2：$|PA||PB|=|t_1t_2|$

126、直线参数t的意义 3：$|AB|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}$

127、直线参数t的意义 4：$|PA|+|PB|=|t_1|+|t_2|=\begin{cases}|t_1+t_2| & t_1、t_2\text{同号}\\ |t_1-t_2| & t_1、t_2\text{异号}\end{cases}$